

Imprégnation d'un ruban poreux

Élie RAPHAËL, Pierre-Gilles de GENNES

Collège de France, 11, place Marcellin-Berthelot, 75231 Paris cedex 05, France

(Reçu le 30 décembre 1998, accepté après révision le 15 février 1999)

Résumé. Nous considérons un ruban qui circule dans un bain liquide (à une vitesse V et sur une longueur L). Le ruban est poreux et aspire spontanément du liquide. À la sortie, il monte verticalement en entraînant un film de Landau–Levich. Mais l'imprégnation se poursuit lors de la montée, et le film externe disparaît à une certaine hauteur H . Avec des hypothèses simplificatrices extrêmes, nous attendons $H \sim Ca^{7/6}$ (Ca : nombre capillaire, pris < 1). © Académie des sciences/Elsevier, Paris

poreux / imprégnation / films liquides / mouillage

Impregnation of a porous ribbon

Abstract. We consider a ribbon circulating in a liquid bath (at a velocity V , over a distance L). The ribbon is porous and spontaneously sucks in some liquid. When going out vertically, it drags a Landau–Levich film. But the capillary process goes on: ultimately, the external film vanishes at a certain height H . We discuss the flow and the H value for a very crude model. We then expect $H \sim Ca^{7/6}$, where Ca is the capillary number (assumed to be small). © Académie des sciences/Elsevier, Paris

porous media / impregnation / liquid films / wetting

Abridged English Version

Many industrial operations involve a porous material, in the form of a ribbon, traveling in a liquid bath. When the ribbon ultimately leaves the liquid (*figure 1*) it retains an external film, discussed in a classical paper by Landau and Levich [3]. The thickness e_0 of the film, just above the meniscus, is given by equation (6). However, while the ribbon goes up, the liquid may still be sucked in (by capillary forces) inside the pores: we discuss the process in one simple case: we assume that (a) the ribbon liquid interface has a non vanishing receding contact angle θ_r ; (b) the suction current J is small ($J/V < \theta_r$). Then we expect a simple hydrodynamic flow (plug flow) in the external film, without any pressure gradients: the flow lines are just tilted by the angle J/V . This allows us to predict the height H which is reached by the external film. When H is much smaller than the travel length L in the bath, we expect $H = H^*$ as given by equation (10). When H is larger, this must be replaced by equation (14).

One open problem is the detection of the liquid profile, or, at least, of the overall height H . Interferometer methods are not very attractive, because of the mechanical vibrations of the ribbon. Some tentative approaches are listed below.

Note présentée par Pierre-Gilles de GENNES.

(a) A fluorescent dye is dissolved in the liquid, and a quencher is attached to the pore surfaces (and to the outer surface of the ribbon). This requires that the diffusion time of the quencher (through a pore diameter d) be short compared to the transit time (H/V) so that all dyes are quenched inside the ribbon, while some dyes in the outer film remain active.

(b) A possibly simpler method would be based on reflectance measurements: the reflectance of (ribbon + outer film) being different from the reflectance of the bare ribbon.

1. Principes

Un ruban vertical poreux de porosité ϕ , de perméabilité K , et de surface par unité de volume Σ est exposé à un liquide mouillant. (Pour la définition de ces termes, voir par exemple [1]). Le flux J du liquide (horizontal) vers l'intérieur est donné par une loi de Washburn (voir par exemple [2]).

$$J = KS\Sigma/\ell \quad (1)$$

où ℓ est l'épaisseur envahie, liée à J par :

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{J}{\phi} \quad (2)$$

et S le paramètre d'étalement. D'où :

$$\ell^2 = 2Dt \quad (3)$$

avec un coefficient de diffusion :

$$D = KS\Sigma/\phi = V^*d \quad (4)$$

Ici d est un diamètre de pore et V^* est une vitesse capillaire caractéristique, liée à la viscosité η :

$$V^* = \frac{S}{\eta} \quad (5)$$

En pratique, pour de nombreuses opérations industrielles, un ruban de ce type est exposé à un bain par défilement (*figure 1*) à une vitesse V sur une longueur L . Mais à la sortie du bain, le ruban entraîne encore un film d'eau, selon le mécanisme de Landau–Levich [3]. L'épaisseur du film sortant est :

$$e_0 = r(Ca)^{2/3} \quad (6)$$

où r est une taille de ménisque statique (millimétrique) et Ca un nombre capillaire $Ca = V\eta/\gamma$ (γ : tension superficielle).

Toutefois, le ruban continue à pomper du liquide, et le film externe mincit en s'élevant. La question est de savoir jusqu'à quelle hauteur H on gardera un film externe.

2. Profil de sortie

(1) Supposons d'abord, pour simplifier, que le courant d'aspiration J est pratiquement indépendant de la cote z ($J(z) = J(0)$) dans la région de sortie. L'aspect de l'écoulement est décrit sur la *figure 2*. Nous avons, à partir du bas :

Imprégnation d'un ruban poreux

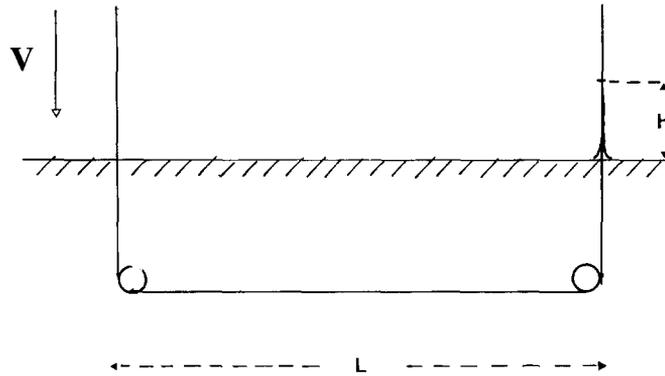


Figure 1. Défilement du ruban poreux dans un bain.

Figure 1. Entrainment of a porous, flexible ribbon through a liquid bath.

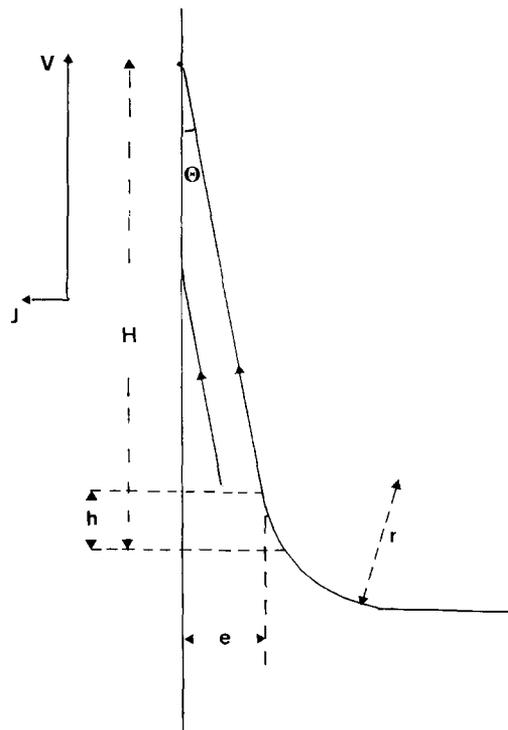


Figure 2. Structure du film externe de liquide à la sortie du bain.

Figure 2. Structure of the external liquid film in the exit region.

- un ménisque statique, avec un rayon de courbure r ;
- une zone de Landau–Levich, avec une hauteur $h \cong rCa^{1/3}$, et une épaisseur $e_0 \sim rCa^{2/3}$;

– une zone d'écoulement uniforme, à lignes de courant inclinées par un angle :

$$\theta = J/V < 1 \quad (7)$$

Il faut savoir si cet angle est compatible avec les conditions capillaires à la ligne triple. La plupart des matériaux poreux ont une forte hystérésis de l'angle de contact. L'angle statique de reculée θ_r est souvent nul. Mais il peut, dans certains cas, être fini, et c'est ce que nous supposons ici [4]. Il est alors nécessaire (pour que la ligne reste fixe dans le référentiel du laboratoire) que nous ayons $\theta < \theta_r$ ou $J < \theta_r V$. Le cas $J > \theta_r V$ est plus subtil et sera discuté séparément.

On ne sait pratiquement rien sur l'angle de reculée *dynamique* $\theta_r(V)$ avec une surface poreuse. Nous supposons ici que $\theta_r(V)$ s'ajuste librement à la valeur θ donnée par l'équation (7).

Lorsque l'équation (7) s'applique, on a une hauteur de film :

$$H = H^* = e_0 \theta = e_0 V/J(0) \quad (8)$$

En utilisant les équations (2) et (3), on arrive à :

$$J(0) = \phi \left(\frac{DV}{2L} \right)^{1/2} \quad (9)$$

et finalement, avec les notations de l'équation (4) :

$$H^* = \left(\frac{2\gamma L}{Sd} \right)^{1/2} \frac{r}{\phi} Ca^{7/6} \quad (10)$$

Typiquement, avec $2\gamma/S \sim 1$, $L_0/d \sim 10^4$, $r \sim 1$ mm et $\phi \sim 0,1$, on arrive à :

$$H^* \sim 1 \text{ mètre} \cdot (Ca)^{7/6} \quad (Ca < 1)$$

(2) Le calcul précédent supposait le courant constant $J(z) \sim J(0)$. Cela n'est pas vrai si L est petit ($L < H^*$). Il faut alors utiliser une formule plus détaillée :

$$J(z) = J(0) \left(\frac{L}{L+z} \right)^{1/2} \quad (11)$$

et imposer la pente locale :

$$-\frac{de}{dz} = \frac{J(z)}{V} \quad (12)$$

Il en résulte un profil d'épaisseur de la forme :

$$e(z) = e_0 - \frac{2J(0)}{V} [[L(L+z)]^{1/2} - L] \quad (13)$$

d'où l'on tire la hauteur :

$$H = H^* \left(1 + \frac{H^*}{4L} \right) \quad (14)$$

On voit ici que si $H^* > L$, H doit être proportionnel à H^{*2} , c'est-à-dire à $(Ca)^{7/3}$.

3. Discussion

Plusieurs conditions physiques doivent être satisfaites pour que le calcul ait un sens.

(1) L'aspiration doit être dominée par les pressions capillaires ($\sim S/d$). Les pressions extérieures (ici la chute de pression gravitationnelle ρgH) doivent être négligeables. Cela impose (pour $S \sim \gamma$) :

$$\kappa^2 Hd < 1 \quad (15)$$

où κ^{-1} est la longueur de Laplace ($\kappa^2 = \rho g/\gamma$). Cette condition sera largement réalisée en pratique.

(2) Dans la forme généralisée de l'équation (12), la pente du profil varie de point en point. Il en résulte des pressions de Laplace :

$$p_L = -\gamma \frac{d^2 e}{dz^2} \sim \gamma \frac{e}{H^2} \quad (16)$$

Il y a donc un gradient vertical de pression et une correction δV aux vitesses selon z , donnant par une loi de Poiseuille :

$$\eta \frac{\delta V}{e^2} \sim \frac{\partial p_L}{\partial z} \sim \frac{p_L}{H} \quad (17)$$

On en tire :

$$\frac{\delta V}{V} \sim (Ca)^{-1} \left(\frac{e_0}{H}\right)^3 \sim \left(\frac{r}{H}\right)^2 Ca \quad (18)$$

Nous nous plaçons toujours à $Ca < 1$ et à $r/H < 1$, donc cette condition est bien satisfaite.

(3) Pour que l'imbibition ne soit pas freinée, il faut que l'air, initialement présent dans le poreux, ne produise pas des pressions antagonistes par compression ; soit qu'on ait des pores d'évacuation, soit que l'épaisseur de la zone sèche dans le poreux reste suffisamment grande.

Mais, si ces conditions sont bien observées, on devrait pouvoir mesurer sans trop de difficulté les hauteurs de film (par exemple, avec un soluté fluorescent qui est bloqué au contact du poreux). Ces mesures peuvent avoir un certain intérêt pratique pour des rubans qui sont exposés successivement à des bains différents. Il faudra, évidemment, étendre ensuite l'analyse (a) à une relation $\theta_r(V)$ réaliste (b) aux angles de reculée θ_r , nuls et (c) aux vitesses élevées ($Ca > 1$).

Remerciements. Nous remercions A. Aradian, J.F. Joanny et M.E.R. Shanahan pour d'intéressantes discussions.

Références bibliographiques

- [1] Dulien F.A.L., Porous Media, Academic Press, New York, 1979.
- [2] Philip J.R., Ann. Rev. Fluid Mech. 2 (1970) 1777-1804.
- [3] Landau L.D., Levich V.G., Acta Physicochemica, USSR 17 (1942) 42-58.
- [4] Bacri L., Brochard-Wyart F., Comm. privée, 1998.