

## Interaction entre une particule chargée et une surface fluide

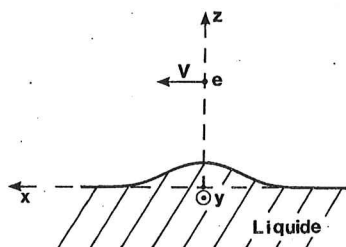
Élie RAPHAËL et Pierre-Gilles de GENNES

**Résumé** – Une particule portant la charge élémentaire  $e$  est placée à une distance  $z$  ( $z \sim 10$  à  $10^3 \mu\text{m}$ ) d'une surface fluide. Elle se déplace parallèlement à la surface, à une vitesse  $V$ . Aux faibles  $V$ , il doit se développer sur la surface une bosse dont le volume  $\Omega_0$  est considérable  $\Omega_0 \cong e^2 \gamma^{-1} (\kappa z)^{-2}$  (où  $\gamma$  est la tension superficielle et  $\kappa^{-1}$  la longueur capillaire  $\sim 1 \text{ mm}$ ). Par un calcul de l'impulsion, on trouve que la masse effective de la particule est exactement augmentée par la masse de la bosse  $\rho \Omega_0$ .

### Interaction between a charged particle and a fluid surface

**Abstract** – A particle carrying the unit charge  $e$  is placed at a distance  $z$  ( $z \sim 10$  to  $10^3 \mu\text{m}$ ) from a fluid surface, and moves at a velocity  $V$  parallel to the surface. At low  $V$ , the charge should induce a bump on the surface. The bump volume  $\Omega_0$  is large  $\Omega_0 \cong e^2 \gamma^{-1} (\kappa z)^{-2}$  (where  $\kappa^{-1}$  is the capillary length). From the total momentum, we find that the effective mass of the particle is increased exactly by the mass of the bump  $\rho \Omega_0$ .

I. PRINCIPES. – Certains polymères liquides (notamment les élastomères, les siloxanes, etc.) ont une tension de vapeur très basse. Il est alors concevable de les étudier sous un vide assez poussé, et d'envoyer parallèlement à la surface un faisceau d'électrons ou de protons. Nous voulons montrer ici que même si la distance  $z$  entre charge et surface est assez grande (1 mm), la charge déforme considérablement la surface. La situation envisagée ici est assez différente de celle des électrons captés à la surface de l'hélium (Brown, 1972; Cole, 1969; Shikin, 1970) où la distance  $z$  est de l'ordre de quelques angströms. Nous nous intéressons ici à un cas très restreint : une charge unique  $e$ , se déplaçant à vitesse très lente  $V$ , au-dessus d'un liquide inviscide et incompressible. (Les effets dus à l'ensemble d'un faisceau, à des vitesses plus élevées, etc., seront examinés séparément.)



Particule de charge élémentaire  $e$  se déplaçant à la vitesse  $V$  au-dessus d'une surface fluide. Le mouvement de la charge a lieu suivant l'axe des  $x$ .

Particle of charge  $e$  moving at a velocity  $V$  above a liquid surface. The motion of the particle takes place along the  $x$ -axis.

II. DÉFORMATIONS DE LA SURFACE. – La géométrie est représentée sur la figure. La pression locale  $p(x, y)$  due aux effets électrostatiques (charge-image) à la surface d'un liquide diélectrique (constante diélectrique  $\epsilon$ ), vaut :

$$(1) \quad p(x, y) = -\frac{e^2}{2\pi} \frac{\epsilon - 1}{(\epsilon + 1)^2} \frac{\epsilon z^2 + x^2 + y^2}{(z^2 + x^2 + y^2)^3}$$

Note présentée par Pierre-Gilles de GENNES.

En particulier, la force totale due à la charge image est :

$$(2) \quad F \equiv \int p \, dx \, dy = -\left(\frac{e}{2z}\right)^2 \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1}$$

Nous étudions des profils de déformation de la forme :

$$(3) \quad \zeta(x, y, t) = \zeta(x - Vt, y)$$

Soit  $\zeta_q$  une composante de Fourier de cette fonction : elle est régie par l'équation des ondes capillaires (Rayleigh, 1945) :

$$(4) \quad -\rho\omega^2 q^{-1} \zeta_q = -(\rho g + \gamma q^2) \zeta_q - p_q$$

où  $\rho$  est la densité,  $\omega = q_x V$  est ici la fréquence Doppler,  $g$  est l'accélération de la pesanteur,  $\gamma$  la tension superficielle, et  $p_q$  la transformée de Fourier de (1). En particulier :

$$(5) \quad p_{q=0} = F$$

Dans l'équation (4), le membre de gauche représente les effets inertiels, intégrés sur l'épaisseur  $q^{-1}$  de liquide, où est localisé le mode  $q$ . Le membre de droite superpose les différentes forces appliquées à l'interface. On peut récrire (4) sous la forme :

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} D(q) \zeta_q = -p_q \\ D(q) = -\rho q_x^2 q^{-1} V^2 + \gamma(q^2 + \kappa^2) \\ \kappa^2 = \rho g / \gamma \end{array} \right.$$

Tant que  $D(q)$  est positif pour tout  $q$ , c'est-à-dire tant que :

$$(7) \quad V < V^* \equiv (2\gamma\kappa/\rho)^{1/2}$$

la solution  $\zeta_q$  est entièrement définie par l'équation (6). Ce régime correspond à l'absence de sillage. En particulier le volume déplacé par la particule est :

$$(8) \quad \Omega_0 = \zeta_{q=0} = -F/\rho g = \frac{1}{4} \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} \frac{e^2}{\gamma} (\kappa z)^{-2}$$

Même pour  $z$  grand ( $\kappa z \sim 1$ ),  $\Omega_0$  est d'ordre  $e^2/\gamma$ , soit typiquement  $10^4 \text{ \AA}^3$  : très supérieur au volume d'un monomère. Il est aussi remarquable que  $\Omega_0$  soit indépendant de  $V$  (pour  $V < V^*$ ).

III. MASSE EFFECTIVE DE LA PARTICULE. – Calculons l'impulsion  $P_L$  entraînée par le liquide :

$$(9) \quad P_L = \int \rho v_x \, dx \, dy \, dz = \lim_{q_x \rightarrow 0} \left[ \lim_{q_y \rightarrow 0} \rho \frac{v_x(q)}{q} \right]$$

Dans l'équation (9),  $v_x$  désigne le champ de vitesse horizontal qui, pour une composante de Fourier  $q$ , est de la forme (Rayleigh 1945) :

$$(10) \quad v_x = v_x(q) \exp [i(q_x x + q_y y) - q |z|]$$

La condition d'incompressibilité impose :

$$(11) \quad iq v_x(q) = -q_x v_z(q) = iq_x \omega \zeta_q$$

où  $\omega$  est toujours la fréquence Doppler  $\omega = q_x V$ . En utilisant l'équation (6), on arrive alors à :

$$(12) \quad P_L = \lim_{q_x \rightarrow 0} \left[ \lim_{q_y \rightarrow 0} \rho \frac{q_x \omega}{q^2} \zeta_q \right] = \rho V \zeta_{q=0} = \rho \Omega_0 V$$

Donc la correction de masse effective correspond exactement à la masse de la bosse.

IV. DISCUSSION. – 1) Le résultat (12) n'est valable que pour  $V < V^*$  [équation (7)], c'est-à-dire pour de très basses vitesses. (Pour l'eau  $V^* = 23$  cm/s !) Au-delà de  $V^*$ , se développe un sillage qui a fait l'objet d'analyses classiques (Bouasse, 1924). L'étude de la masse effective et de la friction pour  $V > V^*$  sera publiée séparément.

2) Notre conclusion générale est que le passage d'objets chargés au-dessus d'un système liquide fournit peut être un moyen d'étude intéressant, en mesurant non pas les déformations  $\zeta$ , mais leur réaction sur l'objet chargé (masse effective, force de freinage, etc.) L'objet peut être un proton, mais aussi une pointe chargée analogue à celle d'un microscope de force, où encore un *faisceau* (électriquement équivalent à une ligne continue de charges).

3) De nombreux effets restent à évaluer : rôle de la viscosité (qui ne paraît pas très limitative, même pour  $V$  grand), situations où l'épaisseur de liquide est inférieure à  $z$ , etc. Mais, globalement, il se peut que nous ayons là une méthode nouvelle de sondage des surfaces « molles ».

G. Deutscher a attiré notre attention sur les références concernant la capture d'électrons à la surface de l'hélium.

Note remise le 1<sup>er</sup> avril 1993, acceptée après révision le 15 juin 1993.

#### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- H. BOUASSE, *Houles, rides, seiches et marées*, Delagrave 1924.  
 T. R. BROWN et C. C. GRIMES, Observation of Cyclotron Resonance in Surface-Bound Electrons on Liquid Helium, *Phys. Rev. Lett.*, 29, 1972, p. 1233-1236.  
 M. W. COLE et M. H. COHEN, Image-Potential Induced Surface Bands in Insulators, *Phys. Rev. Lett.*, 23, 1969, p. 1238-1241.  
 J. W. RAYLEIGH, *Theory of Sound*, Dover reprint, 1945, chap. XX.  
 V. B. SHIKIN, Some properties of Surface Electrons in Liquid Helium, *Soviet Physics JETP*, 35, 1970, p. 936-940.