

Produit scalaire complexe

Soit E un espace vectoriel sur \mathbb{C} . On appelle *produit scalaire complexe* sur E toute forme $(x, y) \mapsto \langle x|y \rangle$ de $E \times E$ dans \mathbb{C} vérifiant :

$$(1) \langle x|y \rangle = \overline{\langle y|x \rangle} \quad \forall x, y \in E$$

$$(2) \langle x|\alpha y + \beta y' \rangle = \alpha \langle x|y \rangle + \beta \langle x|y' \rangle \quad \forall x, y, y' \in E \text{ et } \forall \alpha, \beta \in \mathbb{C}$$

$$(3) \langle x|x \rangle \geq 0 \quad \forall x \in E$$

$$(4) \langle x|x \rangle = 0 \text{ si et seulement si } x = 0 \text{ (vecteur nul de } E)$$